НАУЧНИ ТРУДОВЕ НА
УНИВЕРСИТЕТ ПО ХРАНИТЕЛНИ
ТЕХНОЛОГИИ – ПЛОВДИВ
ТОМ LXII
2015 г.

SCIENTIFIC WORKS OF
UNIVERSITY OF FOOD
TECHNOLOGIES
VOLUME LXII
2015

ПРИЛОЖЕНИЕ НА СТАТИСТИЧЕСКИЯ АНАЛИЗ ПРИ ИЗСЛЕДВАНЕ СВОЙСТВАТА НА МНОГОКОМПОНЕНТНИЯ СЪСТАВ НА БИСКВИТИ

Марияна Сестримска
УХТ, Пловдив,
катедра „Автоматика, информационна и управляваща техника“
E-mail: matiana_brusova@abv.bg

APPLICATION OF THE STATISTICAL ANALYSIS IN STUDYING THE PROPERTIES OF MULTI-COMPONENT COMPOSITION OF BISCUITS

Mariyana Sestrimska
University of Food Technologies, Plovdiv,
Department of "Automatics, Information and Control Systems"
E-mail: matiana_brusova@abv.bg

.

Abstract:

One of the most important aspects of improving the quality of life of modern man is related to providing safe, quality and healthy foods. Their general condition, sensory characteristics, storage conditions, preservation technology, price, advertising, traditions are the main factors which determine consumer interest in a specific product.

In this work are considered methods for experiment planning in the compilation of experimental statistical models applied to determine the properties of the compound food. Obtaining a mathematical model then allows creation of multiple food stuff for different purposes and certain qualities. The aim of the work is the adaptation of the classic modeling techniques in the synthesis of multi-component mixtures.

This example concerns the composition of the gluten-free quinoa biscuits, based on the planned experimental plan for a ternary mixture consisting of quinoa flour, bran, quinoa and corn starch. Proposed is a simplex-centroid mixture design for testing the characteristics of color, specific volume and hardness of the food product.

Keywords*: models for mixture experiments, analysis of mixture, simplex- centroid mixture design, quinoa, biscuits.*

Въведение

Един от най-важните аспекти за подобряване качеството на живот на съвременния човек е свързан с осигуряване на безвредни, качествени и здравословни храни. Тяхното общо състояние, сензорни характеристики, условия на съхранение, технология на консервиране, цена, реклама, традициите, са основните фактори, които определят потребителския интерес към конкретен продукт.

В настоящата работата се разглеждат методи за планиране на експеримента при съставяне на експериментално-статистически модели, приложими за определяне свойствата на многокомпонентни храни. Получаването на математически модел позволява впоследствие създаването на многокомпонентен хранителен продукт за различни цели и с определени качества. Целта на работата е адаптирането на класически методи за моделиране при синтеза на многокомпонентни смеси.

Конкретния пример касае състава на безглутенови бисквити от киноа, на базата на планиран експериментален план за трикомпонентна смес, съставена от брашно от киноа, трици от киноа и царевично нишесте. Предложен е симплекс-центроиден метод за изследване характеристиките за цвят, специфичен обем и твърдост на хранителния продукт.

Сложността на анализиране на проби от множество компоненти, представлява основно предизвикателство в съвременния инструментален анализ на продукти в хранително-вкусовата промишленост. В повечето анализирани вещества присъстват и други съединения, което води до трудности при определяне концентрацията на отделните компоненти. Понятието „ многокомпонентни смеси" обхваща голямо разнообразие от системи в различни области на промишлеността и техниката. Многокомпонентните смеси са съставени от различни вещества получени или обработени при различните технологични процеси на дадено производство.

В хранително вкусовата-промишленост подобряването на вкусовите и хранителните качества на даден продукт може да се сведе до оптимизационна задача. Общата задача за оптимизация се състои в намиране на най-доброто решение измежду много възможни в съответствие със зададен критерий за ефективност или качество. Като основна цел се поставя определянето на оптималните количества на компонентите или присъщите за продукта съставки. В многокомпонентните смеси основните съставки се разглеждат като независими променливи или фактори, от които зависи качеството на крайния продукт. Целта е да се определи оптималния състава на хранителния продукт, отговарящ на определени качествени показатели.

В настоящия доклад изследвания продук са безглутенови бисквити от киноа. Киноа е безглутенова псевдо-зърнена култура с висока енергийна стойност, която съдържа голямо количество фибри, протеини, есенциални мастни киселини, витамини, и минерали. Консумирана като натурален продукт или преработена като брашно, киноа може да се използва в производството на хлебни изделия, защото съдържащото се в семената нишесте има свойства, подобни на тези на пшеницата. Брашното от киноа е богато на хранителни вещества, особено на аминокиселини. Притежава най-високото съдържание на протеин (около 17%) от всички други видове брашна. Има лек орехов вкус и специфичен приятен аромат. Използва се при приготвянето на хляб, питки, бисквити, сладки, кифлички, палачинки и др. Добавянето на брашно от киноа засилва хранителната стойност на продукта, освен това оказва положителен ефект върху реологичните и сензорни характеристики на продукти, като хляб, бисквити и др [6].

Хранителния продукт се разглежда като трикомпонентна смес, съставена от брашно от киноа, трици от киноа и царевично нишесте.

В този експериментална задача се приема, че пропорциите на съставките в сместа и техните концентрации са зависими едни от други, а сумата от всички компоненти се приема за равна на единица или 100% [1,9]. Разгледани са експериментално-статистически методи, приложими за определяне свойствата на многокомпонентни храни. Предложен е симплекс-центроиден метод за анализ на смеси, приложим за изследване на характеристиките за цвят, специфичен обем и твърдост на безглутеновите бисквити.

Необходимостта от количествен анализ на съставките води до разработване на експериментално-статистически модели за анализиране и подобряване на свойствата на многокомпонентни смеси, чрез които да се определят същността и концентрацията на отделните компоненти. При синтезиране и изучаване на многокомпонентните системи интереса е насочен към определени свойства. Основната цел е да се подбере такъв състав, който ще осигури оптимално свойство (качество) на сместа.

Материали и методи

Многокомпонентните смеси се характеризират с брой - q на компонентите $X_1, X_2, \dots \dots, X_q$. Общото количество се приема равно на единица или 100%, а X_i е частта наi-тата компонента в сместа. Компонентите отговарят на следните условия:

$$\sum_{i=1}^{q} x_i = 1, \quad 0 \leq x_i \leq 1 \qquad (1)$$
$$i = 1,2, \dots, q$$

Условията, определящи факторното пространство изискват специална координатна система за представяне на многокомпонентната смес. Тя се нарича барицентрична координатна система или симплексна диаграма на съставите на сместа. Тя се състои от (q-1)–мерен симплекс, определящ областта на изменение на компонентите (факторите).

За двукомпонентна смес барицентричната координатна система е

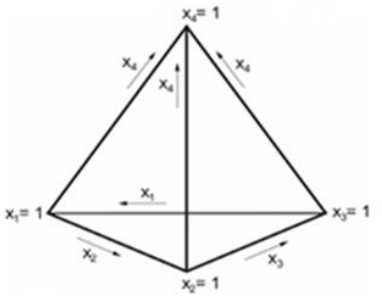
отсечка. Съставът на сместа напълно се определя от една координата (X_1), лежаща върху отсечката. Количеството на друга компонента се определя от равенството $X_2 = 1 - X_1$.

За трикомпонентна смес (q=3) барицентричната координатна система е триъгълник. Стойностите на отделните компоненти се нанасят по страните на симплекса в равномерен мащаб от 0 до 1. Всяка страна може да се разглежда като една от тройките двукомпонентна смеси. Всяка точка вътре в симплексната диаграма описва свойствата на трикомпонентната смес.

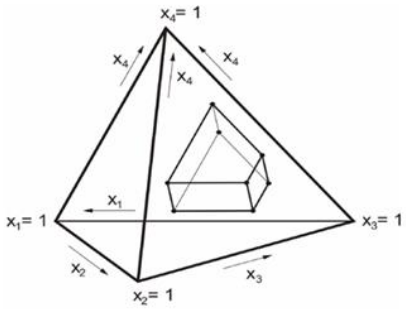
Симплексната диаграма на четирикомпонентна смес (q=4) представлява равностранна триъгълна пирамида (тетраедър) със страна равна на единица.За q>4 диаграмата на съставите е q+1 – мерен симплекс.

Всяка точка в симплексната диаграма (барицентричната координатна система) изразява свойствата на многокомпонентната смес.

На фиг.1 е представен вида на барицентрична координатна система, когато изследваната смес е съставена от четири компонента (q= 4). Симплексната диаграма за четирикомпонентна смес представлява равностранна пирамида (тетраедър). Върховете на тетраедъра представляват координатите на „чистите" компоненти x_i, а всяка страна може да се разглежда като смес съставена от две компоненти.



Фиг.1. Барицентрична координатна система за смес, съставена от четири компонента (q= 4)



Фиг.2. Барицентрична координатна система за четирикомпонентна смес, при наличие на ограничения за компонентите.

В практичските задачи за съставяне на оптимални смеси не винаги се допуска участието на чисти компоненти, т.е $x_i = 1$. Поставят се ограничения на изменението на компонентите на сместа:

$$0 \le a_i \le x_i \le b_i \le 1, \quad (i = 1,2,\dots,q) \qquad (2)$$

Наличието на ограничения води до формиране на симплексна подобласт с различна форма в барицентричната координатна система. Тази подобласт, обособена от поставените ограничения, се нарича псевдосимплекс. На фиг.2 е представен случай на четирикомпонентна смес (q=4), чийто псевдосимплекс е многостен. Размерността на псевдосимплекса винаги е равна на q-1.

Изследваното свойство или целевата функция се представя във вида:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_q) \qquad (3)$$

Целта е да се анализира как характеристиката y зависи от състава на сместа $x_1, x_2, \dots, x_q$. За изследване и моделиране на свойствата y най-често се прилагат планове на експеримента, наречени симплексни решетки на Шефе (Scheffe-1958) [1,2].

С тях се получават експериментално-статистически модели във вид на приведени полиноми от първа до четвърта степен (*Табл.1*).

След извеждане на регресионното уравнение е необходима проверка за адекватност на математическия модел. За целта се провеждат L допълнителни (контролни) опита и се определя експериментално свойството на сместа в тях y_u (u =1,2, …, L). Броят на контролните точки L обикновено се избира от 4÷6. Дисперсията на адекватност се определя от израза:

$$s^2_{\text{ад}} = \frac{1}{L}\sum_{u=1}^{L}(y_u - \hat{y}_u)^2, \qquad (4)$$

където: y_u и $\hat{y}_u$ са съответно опитната и изчислената по модела стойност за свойството на сместа *y* в контролните точки *u.*

За определяне дисперсията на опита се провеждат n паралелни опита в някоя от точките на плана или някоя от допълнителните точки.

$$s^2_{\varepsilon} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2; \qquad (5)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i. \qquad (6)$$

За проверка на адекватността се изчислява отношението на Фишер:

$$F = \frac{s^2_{\text{ад}}}{s^2_{\varepsilon}}. \qquad (7)$$

Таблично се определя критичната стойност $F_{\text{кр}}$, при ниво на значимост α и брой на степени на свобода $\vartheta_{\text{ад}} = L, \vartheta_{\varepsilon} = n-1$. Ако $F \leq F_{\text{кр}}$ моделът е адекватен, но ако $F > F_{\text{кр}}$, моделът не е адекватен.

Когато получения регресионен модел не е адекватен се пристъпва към изпълнение на експерименталния план за модел от по-висок ред [2,6].

В таблица 1 са представени експериментално-статистическите планове (симплексни решетки) за анализиране на три- и четирикомпонентна смес.

Таблица 1 Симплексни решетки на Шефе и приведени полином

Симплексна решетка за полином от втора степен при q=3

№	x_1	x_2	x_3	y
1	1	0	0	y_1
2	0	1	0	y_2
3	0	0	1	y_3
4	0.5	0	0.5	y_{13}
5	0.5	0.5	0	y_{12}
6	0	0.5	0.5	y_{23}

Симплексна решетка за полином от втора степен при q=4

№	x_1	x_2	x_3	x_4	y
1	1	0	0	0	y_1
2	0	1	0	0	y_2
3	0	0	1	0	y_3
4	0	0	0	1	y_4
5	0.5	0	0.5	0	y_{13}
6	0.5	0.5	0	0	y_{12}
7	0	0.5	0.5	0	y_{23}
8	0.5	0	0	0.5	y_{14}
9	0	0.5	0	0.5	y_{24}
10	0	0	0.5	0.5	y_{34}

Приведен полином от първа степен:

$\hat{y} = \sum_{i=1}^{q} b_i x_i$; $b_i = y_i, (i = 1,2, \dots, q)$

Приведен полином от второстепен при q=3:

$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3$

Приведен полином от втора степен при q=4:

$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4$

Приведен полином от втора степен при q компонентна смес:

$\hat{y} = \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \sum_{i=1}^{q-1}\sum_{j=i+1}^{q} b_{ij} x_i x_j$

където:

$b_i = y_i, (i = 1,2, \dots, q);$

$b_{ij} = 4y_{ij} - 2y_i - 2y_j, (i = 1,2, \dots, q-1; j = i+1, \dots, q)$

Индексите за показателя на сместа (свойството) y_i и y_{ij} показват кои компоненти за x_i участват в сместа и в какво съотношение.

Резултати и обсъждане

В настоящия доклад се разглежда влиянието на елементите на трикомпонентна смес, съставена от брашно от киноа, трици от киноа и царевично нишесте и техния ефект върху цвета, текстурата и специфичния обем на безглутеновите бисквити [6].

В Табл. 2 е представен експериментално-статистическия план, приложен за анализиране на трикомпонентната смес, както и резултатите за изследваните свойства цвят, текстура и специфичен обем на безглутеновите бисквити.

Таблица 2. Експериментално-статистически план

	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
1	1	0	0	4.65	32.27	61.54	51.11	0.80
2	0	1	0	4.66	30.55	60.66	70.14	1.63
3	0	0	1	-3.33	23.22	89.76	8.67	1.57
4	0.33	0.67	0	5.48	34.49	64.59	44.05	0.76
5	0.33	0	0.67	4.99	31.81	70.61	9.56	0.85
6	0	0.33	0.67	1.55	27.97	75.65	19.67	2.27
7	0.67	0.33	0	8.61	32.94	59.10	75.74	0.81
8	0.67	0	0.33	8.54	33.61	60.98	70.40	0.83
9	0	0.67	0.33	7.07	32.28	64.13	50.92	1.88
10	0.33	0.33	0.34	10.02	34.10	58.02	59.83	0.98
11	0.67	0.17	0.17	4.64	31.41	61.23	66.68	0.92
12	0.17	0.67	0.17	4.36	33.54	64.72	42.57	0.90
13	0.17	0.17	0.67	4.38	30.50	72.58	13.38	1.83
14	0.33	0.33	0.33	4.57	34.06	58.98	54.94	0.97

x_1 - брашно от киноа; x_2 – трици от киноа; x_3 - царевично нишесте; y_1 - a^*(цветови координати по оста, съответсваща на червено-зелен цвят, според стандарта CIELAB; y_2– b^* (цветови координати по оста, съответстваща на жълто-син цвят, според стандарта CIELAB); y_3 - L^*(относителна яркост); y_4 – текстура; y_5 – специфичен обем.

Стойностите за a* и b*, съответстващи на координатните оси по цветовия стандарт CIELAB [5], съответно по оста червено-зелено и жълто-синьо, варират, но в относително тесни граници, което показва липса на връзка между тях и съотношението на отделните компоненти в сместа (продукта).

Резултатите за текстурата и специфичния обем на бисквитите се изменят в по-широк диапазон, което е показателно за връзката между разглежданите специфични свойства и съставните компоненти на продукта.

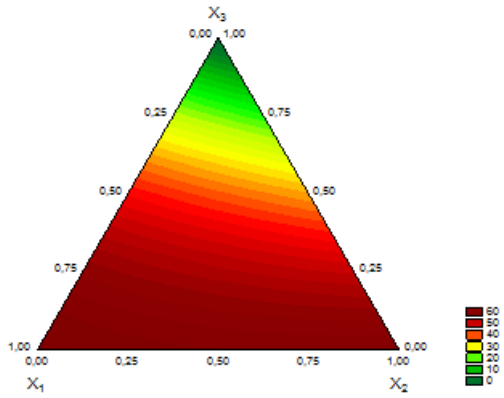
На база експериментално-статистическия план са изведени регресионните модели за свойствата осветеност (y_3), текстура (y_4) и специфичен обем (y_5), характерни за изследваните безглутенови бисквити от киноа (Табл.3). Представена е и оценката за адекватност (R^2) за изведените експериментални модели.

Таблица 3 Регресионни уравнения

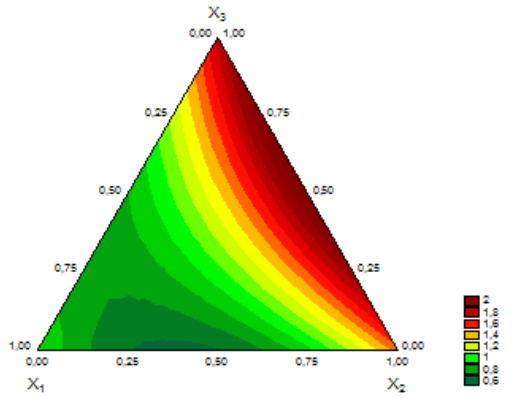
$y_3 = 61.17x_1 + 62.13x_2 + 90.72x_3 - 50.38x_1x_3 - 32.82x_2x_3$	$R^2 = 0{,}939$
$y_4 = 49.8x_1 + 70.05x_2 + 4.94x_3 + 60.34x_1x_3 + 213.93x_1x_2(x_1 - x_2) + +259.77x_1x_3(x_1 - x_3)$	$R^2 = 0{,}695$
$y_5 = 0.86x_1 + 1.67x_2 + 1.58x_3 - 2.47x_1x_2 - 1.78x_1x_3 + 1.84x_2x_3 + +2.96x_1x_2(x_1 - x_2) - 4.29x_2x_3(x_2 - x_3)$	$R^2 = 0{,}989$

Стойността на R^2 е близка до единица, което е доказателство за адекватност на изведения статистически модел. Следователно получените регресионни уравнения са приложими за изследване на трикомпонентната смес.

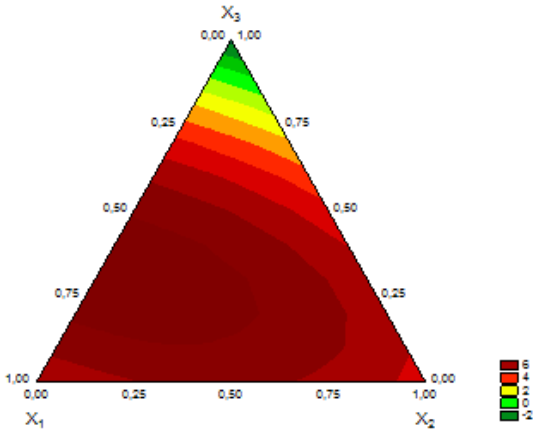
На фиг. 3, 4 и 5 са представени симплексните диаграми ***състав-свойство*** за изследваната трикомпонентна смес.



Фиг.3. *Симплекс диаграма на свойството твърдост за трикомпонентната смес.*



Фиг.5. *Симплекс диаграма на свойството специфичен обем за трикомпонентната смес.*



Фиг.4. *Симплекс диаграма на характеристиката осветеност L* за трикомпонентната смес.*

Заключение

Отделните концентрации на разглежданите три съставки на сместа влияят различно върху характеристиките на крайния продукт. Царевичното нишесте оказва положителен ефект върху лекотата на бисквитите, но с увеличаване количеството брашно от киноа и трици продукта става по-тъмен. Брашното от киноа оказва отрицателен ефект върху специфичния обем, бисквитите намаляват обема си.

Посредством симплекс центроидния метод, разгледан в изложения доклад могат да бъдат разработени варианти за анализиране на многокомпонентни хранителни продукти.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Александров А., И. Александрова, Теория на експеримента, 2012г.
[2]. Вучков И., Хр. Йончев, Планиране и анализ на експеримента при изследване на свойствата на смеси и сплави, 1979г.
[3]. Мусина О., П. Лисин, Системное моделирование многокомпонентных продуктов питания, ISSN 2074-9414, 2012г.
[4]. Сагдеев .И., А., Хубатхузин, Г. Фомина, Метод симплексных решеток для обобщения теплофизических свойств многокомпонентных смесей, 2002г.
[5]. Bayarri, S., C., Calvo, E., Costell, Influence of color on perception of sweetness and fruit flavor of fruit drinks, 2001
[6]. Brito I., E. de Souza, Nutritional and sensory characteristics of gluten-free quinoa based cookies development using an experimental mixture design, 2014.
[7]. Chongqi Z.,W. Wong, Optimal designs for mixture models with amount constraints, Elsevier, 2012.
[8]. Cornell, J. A., Experiments with mixtures: designs, models and the analysis of
mixture data, New york: Wiley, 2002.
[9]. Dogan M., O. Toker, T. Aktar, Optimization of gum combination in prebiotic instant hot chocolate beverage model system in terms of rheological aspect: mixture design approach, Spinger, 2011.
[10]. Dutcosky S., E. Grossmann, S. Silva, A. Welsch, Combined sensory optimization of a prebiotic cereal product using multicomponent mixture experiments, Elsevier, 2005.